MAT7381 Solution 6.18

Lors d'une étude sur le « concept de soi » des adolescents nigérians, un chercheur [Jegede, R. Olukayode, *The Journal of Psychology* 110, 249-261 (1982)] a administré un test appelé *Piers-Harris Self-Concept Scale* à 1300 élèves de niveau secondaire à Ibadan.

a) Le score moyen a été de 58,19 avec un écart-type de 10,06. Dans une étude faite antérieurement auprès de 1183 adolescents américains on avait trouvé une moyenne de 51,84 avec un écart-type de 13,87. La différence entre les Nigérians et les Américains est-elle significative ? Supposez que la variance σ^2 des deux groupes est la même et estimez σ^2.

Nigérians : $n_x = 1300$; $\bar{x} = 58{,}19$; $S_x = 10{,}06$; Américains: $n_y = 1183$; $\bar{y} = 51{,}84$; $S_y = 13{,}87$.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(n_x-1)S_x^2+(n_y-1)S_y^2}{n_x+n_y-2}} = 12{,}02666.$$

$$T = \frac{\bar{x}-\bar{y}}{\hat{\sigma}\sqrt{1/n_x+1/n_y}} = 13{,}14028.$$

Sous H_o, $T \sim t_{n_x+n_y-2}$. Valeur $p \approx 0$ (le point critique à 99 % est 2,58)

b) L'échantillon de Jegede était composé de 552 filles et 828 garçons. Les filles avaient une moyenne de 56,82 avec un écart-type de 9,96 ; et les garçons une moyenne de 59,11 avec un écart-type de 10,01. La différence entre les garçons et les filles est-elle significative ? Supposez que la variance σ^2 des deux groupes est la même et estimez σ^2.

Filles : $n_f = 552$; $\bar{x}_f = 56.82$; $S_f = 9{,}96$; Garçons : $n_g = 828$; $\bar{x}_g = 59{,}11$; $S_g = 10{,}01$.

$$\hat{\sigma} = \sqrt{\frac{(n_f-1)S_f^2+(n_g-1)S_g^2}{n_f+n_g-2}} = 9{,}990037.$$

$$T = \frac{\bar{x}_f-\bar{x}_g}{\hat{\sigma}\sqrt{1/n_f+1/n_g}} = -4.171704.$$

Sous H_o, $T \sim t_{n_f+n_g-2}$. Valeur $p \approx$ 0,00003212304 (le point critique à 1 % est 2,58.)

c) Maintenant traitez simultanément les trois groupes : filles nigérianes, garçons nigérians, et Américains. Testez l'hypothèse que les moyennes de trois groupes (μ_1, μ_2 et μ_3, respectivement) sont égales. Supposez que la variance σ^2 des trois groupes est la même et estimez σ^2.

Les tailles des échantillons n_i sont 552 ; 828 ; 1183, $\sum_{i=1}^{3} n_i = 2563$.

Les écarts-types S_i sont 9,96 ; 10,01 ; 13,87.

Les moyennes $\bar{y}_i$ sont 56,82 ; 59,11 ; 51,84.

SCR= $\sum_{i=1}^{3}(n_i-1)S_i^2 =$ 364915,1 ; MCR = SCR/(n-3) = 142,5449.

L'estimation de l'écart-type est $\hat{\sigma} = \sqrt{\text{MCR}}$ = 11,9392.

SCE = $\sum_{i=1}^{3} n_i(\bar{y}_i-\bar{y})^2$ = 27453,21 ; MCE = SCE/2 = 13726,6.

F= MCE/MCR = 96,2967.

Sous H_o, $F \sim F_{2,n-3}$. La valeur p est à peu près nulle (le point critique à 1 % est 4,61).

d) Dans le cadre du modèle en c) testez l'hypothèse que les filles et les garçons nigérians ont la même moyenne.

$$T = \frac{\bar{x}_f-\bar{x}_g}{\hat{\sigma}\sqrt{1/n_f+1/n_g}} = -3.490637 \ (\hat{\sigma} = \sqrt{\text{MCR}} = 11{,}9392)$$

Sous H_o, $T \sim t_{n-3}$. La valeur p est 0,000490 (le point critique à 99 % est 2,58.)

e) Dans le cadre du modèle en c) testez l'hypothèse que la moyenne des Américains est égale à la moyenne des Nigérians en supposant qu'il y a autant de filles que de garçons au Nigéria (en d'autres termes, vous devez tester l'hypothèse que $\mu_3 = (\mu_1+\mu_2)/2$.)

$$T = \frac{\bar{y}_3-\bar{y}_1/2-\bar{y}_2/2}{\hat{\sigma}\sqrt{\frac{1}{n_3}+\frac{1}{4n_1}+\frac{1}{4n_2}}} = \frac{-6{,}125}{0{,}4775896} = -12{,}82482 .$$

Sous H_o, $T \sim t_{n-3}$. Valeur $p \approx$ 0 (le point critique à 1 % est 2,58.)