Université du Québec à Montréal
Département de mathématiques
Case postale 8888, Succursale Centre-Ville
Montréal (Québec) H3C 3P8

Corrigé

MAT 2080 STATISTIQUE EN GESTION 1

EXAMEN INTRA DIFFÉRÉ

Date : Dimanche 6 avril 2003, de 13h00 à 16h00

Nom :

Prénom :

Code permanent : **Groupe:**

Téléphone ( ) - **Poste**

Courriel

Cause de l'absence

Maladie ☐ **Convictions religieuses** ☐

Autre ☐ **Expliquez** _____

INSTRUCTIONS

1. Prendre grand soin de ne pas désassembler les feuilles du présent cahier (6 pages + formulaire), qui doit être remis en entier. Seul le formulaire peut être détaché du cahier et n'a pas à être retourné.
2. Par mesure de précaution, inscrire lisiblement votre nom au haut de chacune des pages 2 à 6.
3. Les solutions doivent être rédigées dans les espaces prévus. Ne pas négliger d'expliquer clairement votre démarche, de donner les détails de vos calculs et d'identifier clairement les variables considérées.
4. Si l'espace est insuffisant, indiquer clairement au correcteur que la solution est continuée au verso de la page.
5. Tout texte de référence (manuel, notes de cours, notes personnelles, etc.) est interdit. ***Tout cas de plagiat ou de fraude sera soumis au Comité de discipline.***
6. Le surveillant de l'examen fournira à chaque étudiant quelques feuilles blanches, pour fins de calcul-brouillon.
7. L'usage d'une calculatrice est autorisé.
8. L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant (avec photo) lors de la remise de son cahier et signer la feuille de présence.

Grille à l'usage du correcteur

1	2	3	4	5	6

Note Finale /100

NOM_____

Question 1

Dans un foyer privé pour personnes âgées, l'administration se plaint que l'un de ses deux médecins salariés passe beaucoup plus de temps par patient que l'autre (42,89 minutes vs 20,03 minutes).

10 pts

a) Le médecin B (accusé de perdre du temps) réplique que les patients sous ses soins sont plus âgés, ce qui, d'après lui, explique entièrement le fait qu'il passe beaucoup de temps avec eux. Afin de démontrer que l'âge des patients est bel et bien un facteur pertinent, il prélève des données sur un échantillon de 20 visites par ses patients. Voici les données :

Âge	*Temps*	*Âge*	*Temps*
91	46,1	81	38,4
86	40,8	99	50,5
86	39,3	84	38,7
89	44,5	94	47,9
80	38,9	84	40,8
83	43,4	90	42,8
87	43,7	88	42,9
97	47,1	80	38,7
88	44,7	84	36
75	37,8	100	54,7

	Âge	*Temps*
Moyenne	87,3	42,88
Écart-type corrigé s	6,55	4,72
*Covariance Âge*Temps*	27,79	

Peut-on conclure avec confiance que l'âge est un facteur pertinent dans la durée de la visite?

$$r = \frac{s_{xy}}{s_x s_y} = \frac{27,79}{(6,55)(4,72)} = 0,8989$$

$$Z = \frac{\sqrt{n-2}\,r}{\sqrt{1-r^2}} = \frac{\sqrt{18}\,(0,8989)}{\sqrt{1-(0,8989)^2}} = 8,70$$

Puisque Z > 2, on rejette l'hypothèse qu'il n'y a pas de relation entre l'âge et la durée de la visite.

NOM_____

15 pts

b) L'administration décide de prélever des données semblables pour le médecin A. Les voici :

Âge	*Temps*	*Âge*	*Temps*
70	17,7	80	25,5
85	30	66	22,3
84	29,1	80	28,4
63	15,6	84	33,7
85	33	87	31,8
67	21,1	81	28,6
71	23,4	65	19,7
80	27,2	89	36,1
69	20,8	72	24,7
82	28,6	67	23,2

	Âge	Temps
Moyenne	76,35	26,03
Écart-type corrigé s	8,47	5,56
*Covariance Âge*Temps*	44,03	

Faites une comparaison du temps moyen passé par patient par les deux médecins en tenant compte de l'âge des patients.

L'âge moyen du groupe est $\bar{x}$ = (87,3+76,35)/2 = 81,825.

La droite de régression pour le médecin A est

b_o+b_1x, b_1 = 44,03/8,47^2 = 0,6137 et $b_o = \bar{y}_1 - b_1\bar{x}_1$ = -20,8260.

La droite de régression pour le médecin B est

b_o+b_1x, b_1 = 27,79/6,55^2 = 0,6477 et $b_o = \bar{y}_2 - b_1\bar{x}_2$ = -13,6642.

Les moyennes ajustées sont donc :

Médecin A : -20,8260+0,6137(81,825) = 29,39

Médecin B : -13,6642+0,6477(81,825) = 39,33

Donc, compte tenu de l'âge des patients, le médecin B passerait en moyenne 39,33-29,39 = 9,94 de plus que le médecin A. La différence brute s'amenuise donc, puisqu'elle passe de 22,86 à 9,94, mais une différence persiste. Cette différence est celle qu'on aurait observée si les âges des patients étaient les mêmes pour les deux médecins.

NOM_____

15 pts **Question 2**

Le contenu des bouteilles d'un certain type de boisson gazeuse est une variable aléatoire de moyenne égale à 300 ml et d'écart-type 0,9 ml. On verse 10 bouteilles dans un bol pour faire un punch. Soit X la quantité de boisson gazeuse dans le bol. Quel est l'écart-type de X?

Soit $X = X_1 + \ldots + X_{10}$, où $X_1, \ldots, X_{10}$ sont les contenus des 10 bouteilles.

En faisant l'hypothèse (tout à fait plausible) que $X_1, \ldots, X_{10}$ sont indépendantes, on a

$\mathrm{Var}(X) = \mathrm{Var}(X_1) + \ldots + \mathrm{Var}(X_{10}) = 10(0{,}9)^2$.

L'écart-type est donc $\sqrt{10}(0{,}9) = 2{,}8460$

15 pts **Question 3**

Dans une grande compagnie, le service de la gestion des ressources humaines sait que la proportion d'employés qui, au courant d'une année, s'absentent pour des raisons de santé est de 35 %. Or voilà que, aujourd'hui, un an après la syndicalisation des employés, on observe que 1600 des 4000 employés (40 %) se sont absentés (au courant de l'année) pour raisons de santé. Le responsable des ressources humaines, fort de ces chiffres, va se plaindre aux représentants syndicaux. Ceux-ci répliquent que si le taux d'absentéisme cette année de syndicalisation est supérieur à la normale, ce n'est, disent-ils, « qu'un hasard ». On vous demande, en tant qu'analyste impartial et versé en statistique, de déterminer qui a raison. Présentez un argument probabiliste quantitatif pour défendre la position de l'une ou de l'autre partie.[*Suggestion* : Utilisez une approximation]

Soit X le nombre d'employés qui s'absentent en une année. $X \sim \mathrm{B}(4\,000\,;\,p)$.

Si la syndicalisation n'a aucun effet, $p = 0{,}35$.

Sous cette hypothèse, la probabilité d'avoir un nombre aussi important d'absences est

$\mathrm{P}(X \geq 1\,600) \approx \mathrm{P}([X^* \geq 1\,599{,}5 \mid X^* \sim \mathrm{N}(1\,400\,;\,910)] =$

$$P\left(Z > \frac{1599{,}5 - 1400}{\sqrt{910}}\right) = P\left(Z > \frac{199{,}5}{30{,}17}\right) = \mathrm{P}(Z > 6{,}61) \approx 0.$$

Il est donc presque impossible d'avoir un tel nombre d'absences si la probabilité d'une absence est réellement de 35 %. Elle doit donc être supérieure à 35 %. L'affirmation des représentants syndicaux est difficile à accepter.

NOM_____

15 pts **Question4**

Un agent de voyages vent des billets pour une certaine croisière au rythme de 2 par jour. Chaque billet se vend à 3 000 $. Soit Y les recettes de cette source reçues au courant d'une semaine de 5 jours ouvrables. Déterminer l'écart-type de Y. Vous supposerez que le nombre de billets vendus durant un certain intervalle de temps donné est de loi de Poisson.

Soit X le nombre de billets vendus en une semaine.

Alors $X \sim \mathcal{P}(10)$ et $\mathrm{Var}(X) = 10$.

Soit Y les recettes de la semaine. Alors $Y = 3\,000X$, et l'écart-type de Y est

$$\sqrt{Var(Y)} = \sqrt{(3000)^2 Var(X)} = 3000\sqrt{10} = 9486{,}8.$$

15 pts **Question 5**

La fabrication des cylindres et des pistons dans une usine est telle que le diamètre des pistons a une variance de 0,01 mm et celle des cylindres a une variance de 0,02 mm. Quelle doit être la différence *moyenne* entre le diamètre du cylindre et celui du piston pour que, lorsqu'on tire un piston et un cylindre au hasard, la probabilité que le piston ait un diamètre supérieur à celui du cylindre soit de 0,01? Vous supposerez que les diamètres des pistons et des cylindres sont de loi normale.

Soit Y le diamètre du piston et X celui du cylindre.

Nous voulons que $P(Y\text{-}X > 0) = 0{,}01$ ou encore que $P(X\text{-}Y < 0) = 0{,}01$.

$X - Y$ est une variable de loi normale, de moyenne μ (la différence des moyennes, $\mu = \mu_X - \mu_Y$) et de variance $0{,}02 + 0{,}01 = 0{,}03$.

Donc $P(X\text{-}Y < 0) = P\left(\frac{X-Y-\mu}{\sqrt{0{,}03}} < \frac{-\mu}{\sqrt{0{,}03}}\right) = P\left(Z < \frac{-\mu}{\sqrt{3}}\right)$.

Alors $P(X\text{-}Y < 0) = 0{,}01 \Rightarrow P\left(Z < \frac{-\mu}{\sqrt{3}}\right) = 0{,}01 \Rightarrow \frac{-\mu}{\sqrt{3}} = -2{,}33 \Rightarrow \mu = 2{,}33\sqrt{0{,}03} = 0{,}40$ mm.

NOM_____

15 pts

Question 6

Un agent de voyages est tenté par un nouveau produit : une croisière de luxe qui se vend au détail à 15 000 $ le billet (pour un couple) et qu'il peut acheter à 5 000 $. Mais étant donné qu'un billet non vendu occasionne une perte sèche de 5 000 $ (pas de retour permis), il considère acheter un seul billet pour commencer. Et même là, il voudrait s'assurer que son espérance de gain ne soit pas négative. Vous estimez que le nombre de clients-couples intéressés est une variable de loi de Poisson de paramètre $\lambda = 0{,}4$. Que conseillez-vous à l'agent?

Si X est son gain lorsqu'il achète un billet, alors X prend les valeurs 10 000 et -5 000.

$$P(X = -5\,000) = P(\text{nombre de clients} = 0) = \frac{e^{-0,4}(0,4)^0}{0!} = e^{-0,4}.$$

$$P(X = 10\,000) = 1 - e^{-0,4}\ .$$

$$\text{Donc } E(X) = -5\,000\, e^{-0,4} + 10\,000(1-e^{-0,4}) = -54{,}8.$$

Donc il peu s'attendre à être perdant s'il achète un billet. Il vaut mieux ne pas courir ce risque.

Table de la loi normale

1. Surfaces à gauche du point z

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-4,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,80	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,70	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,60	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,50	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,40	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,30	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,20	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,10	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,00	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,90	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,80	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,70	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,60	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,50	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,40	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,30	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,20	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,10	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,00	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,90	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,80	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,70	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,60	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,50	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,40	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,30	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,20	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,10	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,00	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,90	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,80	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,70	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,60	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,50	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,40	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,30	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,20	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,10	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,00	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

Table de la loi normale

2. Surfaces à gauche du point z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,10	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,20	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,30	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,40	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,50	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,60	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,70	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,80	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,90	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Formulaire

1 *Moyenne arithmétique* : $\bar{y} = (1/n)\sum_{i=1}^{n} y_i$ pour une série de données et

$\bar{y} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{p} y_i n_i = \sum_{i=1}^{p} y_i f_i$ pour une distribution

2 *Variance* : $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n}$ pour une série de données et $\sigma^2 = \sum_{i=1}^{p}(y_i - \bar{y})^2 f_i$ pour une distribution.

Écart-type : racine carrée de la variance.

3 *Écart-type corrigé* :

$$s = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{n}{n-1}}\,\sigma .$$

4 *Covariance* : $\sigma_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n}$;

covariance corrigée : $s_{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n-1}$

5 *Coefficient de corrélation* : $r = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{s_{xy}}{s_x s_y}$.

6 *Coefficients de la droite des moindres carrés* : $b_1 = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x^2} = \frac{s_{xy}}{s_x^2}$, $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$.

7 $\hat{\sigma}_{y.x} = \sqrt{\frac{n-1}{n-2}}\, s_y \sqrt{1-r^2}$; $\hat{\sigma}_{b_1} = \frac{\hat{\sigma}_{y.x}}{\sqrt{n-1}\, s_x}$

8 *Intervalle de confiance pour* β_1 :
$b_1 - 2\,\hat{\sigma}_{b_1} \le \beta_1 \le b_1 + 2\,\hat{\sigma}_{b_1}$

9 *Statistique pour tester l'indépendance de deux variables quantitatives* : $Z = \frac{\sqrt{n-2}\, r}{\sqrt{1-r^2}}$

10 *Espérance mathématique* d'une variable aléatoire X : $E(X) = \mu = \sum_x x\, p(x)$.

11 *Variance* d'une variable aléatoire X :

$$\mathrm{Var}(X) = \sum_x (x - \mu_X)^2 p(x).$$

12 *Lois discrètes*

Distribution	*Modalités de X*	*Pr(X = x)*	*E*(X)	*Var*(X)
1. Binomiale B(n ; p)	$x \in \{0, 1, \dots, n\}$	$\binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$	np	$np(1-p)$
2. Poisson P(λ)	$x \in \{0, 1, 2, \dots\}$	$\frac{e^{-\lambda}\lambda^x}{x!}$	λ	λ
3. Hypergéométrique H(n ; N_1 ; N_2)	$0 \le x \le N_1$ $0 \le n - x \le N_2$	$\frac{\binom{N_1}{x}\binom{N_2}{n-x}}{\binom{N}{n}}$	np, $p = \frac{N_1}{N}$	$npq\frac{N-n}{N-1}$, $q = 1-p$
4. Géométrique G(p)	$x \in \{1, 2, \dots\}$	$p(1-p)^{x-1}$	$\frac{1}{p}$	$\frac{q}{p^2}$
Binomiale négative B$^-$(n ; p)	$x \in \{n, n+1, n+2, \dots\}$	$\binom{x-1}{n-1} p^n (1-p)^{x-n}$	$\frac{n}{p}$	$\frac{nq}{p^2}$
Multinomiale M(n; $p_1, \dots, p_k$)	$x_i \in \{0, 1, 2, \dots, n\}$ $x_1 + x_2 + \dots + x_k = n$	$\binom{n}{x_1, \dots, x_k} p_1^{x_1} \dots p_k^{x_k}$	$E(X_i) = np_i$	$\mathrm{Var}(X_i) = np_i(1-p_i)$

13 Soit $X \sim$ B(n;p) , $n > 30$, $np > 5$, $nq > 5$. Alors $X \sim$ N(np ; npq) , approximativement.