UQÀM

CORRIGÉ

MAT 2080 **STATISTIQUE EN GESTION 1**

EXAMEN FINAL DIFFÉRÉ AUTOMNE 2002

Date : Mardi 19 JANVIER 2003, de 13h00 à 16h00

Nom :

Prénom :

Code permanent **Groupe:**

INSTRUCTIONS

1. Prendre grand soin de ne pas désassembler les feuilles du présent cahier (8 pages + annexe + formulaire + tables), qui doit être remis en entier. Seuls l'annexe, le formulaire et les tables peuvent être détachés du cahier et n'ont pas à être retournés.
2. Par mesure de précaution, inscrire lisiblement votre nom au haut de chacune des pages 2 à 8.
3. Les solutions doivent être rédigées dans les espaces prévus. Ne pas négliger d'expliquer clairement votre démarche, de donner les détails de vos calculs et d'identifier clairement les variables considérées.
4. Si l'espace est insuffisant, indiquer clairement au correcteur que la solution est continuée au verso de la page.
5. Tout texte de référence (manuel, notes de cours, notes personnelles, etc.) est interdit. ***Tout cas de plagiat ou de fraude sera sévèrement sanctionné par les hautes instances universitaires.***
6. Vous trouverez à la fin de ce cahier deux feuilles blanches, pour fins de calcul-brouillon.
7. L'usage d'une calculatrice est autorisé.
8. L'étudiant doit présenter sa carte d'étudiant (avec photo) lors de la remise de son cahier et signer la feuille de présence.

Grille à l'usage du correcteur

1	2	3	4	5	6	Note finale
/10	/48	/10	/10	/12	/10	/100

10 pts

Problème 1

On prélève un échantillon de 30 comptes de dépenses parmi les 1 750 comptes accumulés par une compagnie durant l'année, afin d'estimer μ_y, la moyenne des frais de déplacement. On obtient les données suivantes:

250,35	255,14	304,10	185,73	265,28	233,69	158,69	142,24	204,83	198,51
233,40	344,27	246,36	205,59	292,70	76,68	365,57	41,07	291,08	271,28
306,47	107,93	250,89	165,01	202,28	293,12	312,27	288,34	351,61	185,96

$n = 30$; $\Sigma y = 7\,030{,}44$; $s^2 = 6\,260$.

Supposons qu'on décidait de prélever un deuxième échantillon afin d'estimer μ_y (par la moyenne). Quelle devrait être la taille de l'échantillon si on veut faire cette estimation avec une marge d'erreur de 5 % (avec un niveau de confiance de 95 %)? Utiliser les données de l'échantillon pour estimer les paramètres.

$n_o = [2S/0{,}05\mu]^2 = 4s^2/[0{,}05\mu]^2$.

On estime S^2 *par* $s^2 = 6260$ *et* μ par $\bar{y} = 7030{,}44/30 = 234{,}348$. *On a donc*

$$n_o \approx \frac{4 \times 6260}{(0{,}05 \times 234{,}348)^2} = 182{,}3777 \text{ et } n = \frac{182{,}3777}{1 + \frac{182{,}3777}{1750}}$$

n : **165**

Problème 2

On prélève un échantillon de 30 logements dans une population de 6 000 logements, dont certains sont des *maisons* (unifamiliales), les autres étant classées comme *appartements*. Dans l'échantillon on a trouvé 10 maisons et 20 appartements. Les données et quelques calculs sont présentés en annexe:

6 pts

2-a) Déterminer un intervalle de confiance pour la *proportion de maisons unifamiliales*.

$$\hat{p} = \frac{10}{30} \; ; \; \hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{1 - \frac{30}{6000}} \sqrt{\frac{(10/30)(20/30)}{29}} = 0{,}0873$$

Intervalle de confiance : 10/30 – 2(0,08732 ; 10/30 + 2(0,08732)

Intervalle de confiance: **0,1587** ≤ *proportion de maisons unifamiliales* ≤ **0,5080**

4 pts 2-b) Estimer le nombre total de personnes dans tous les logements de la population (estimation ponctuelle seulement – pas d'écart-type)

$N\bar{y} = 6000\frac{91}{30} = 18\ 200$

Nombre total de personnes **18 200**

6 pts 2-c) Estimer l'*écart-type de l'estimateur* utilisé en b)

L'écart-type de $N\bar{y}$ est $N\sqrt{1-\frac{n}{N}}\frac{s}{\sqrt{n}} = 6000\sqrt{1-\frac{30}{6000}}\frac{\sqrt{1,550575}}{\sqrt{30}}$.

$\hat{\sigma}_{N\bar{y}} = 6\ 000(0,22677611) = 1360,66.$

Écart-type de l'estimateur **1360,66**

4 pts 2-d) Estimer le nombre total de personnes dans les *maisons* (*pas* les appartements) de la population (estimation ponctuelle seulement – pas d'écart-type). Ne supposez pas connu le nombre de maisons dans la population.

$T = N\bar{y}' = 6000\frac{42}{30}$

Nombre total de personnes dans les maisons : **8400**

6 pts 2-e) Déterminer un intervalle de confiance pour le nombre moyen de m^2 de superficie par personne dans tous les logements de la population.

$$\hat{R} = \frac{45\,284}{91} = 497{,}62637 \; ; \; \bar{x} = \frac{91}{30} = 3{,}0333$$

$$\hat{\sigma}_{\hat{R}} = \sqrt{1 - \frac{30}{6\,000}} \frac{\sqrt{193924 + \hat{R}^2(1{,}550575) - 2\hat{R}(389{,}3977)}}{\sqrt{n}\;\bar{x}} = 26{,}194$$

Intervalle de confiance :

$497{,}62637 - 2(26{,}194)$; $497{,}62637 + 2(26{,}194)$

445 ≤ *Superficie par personne* ≤ 550

4 pts 2-f) Sachant qu'il y a 20 000 personnes dans la population, estimer la *superficie moyenne des logements* en utilisant l'estimateur par le quotient (estimation ponctuelle seulement)

$$\mu_X = \frac{20\,000}{6\,000} \; ; \; \hat{\mu}_{y_q} = \hat{R}\mu_X = 497{,}62637\left(\frac{20\,000}{6\,000}\right)$$

Superficie moyenne des logements 1658,75

6 pts 2-g) Estimer l'écart-type de l'estimateur en f)

$$\hat{\sigma}_{\hat{R}\mu_x} = \bar{x}\hat{\sigma}_{\hat{R}} = 3{,}0333(26{,}194) = 79{,}4546$$

Écart-type de l'estimateur 79,45

6 pts

2-h) Estimer, à l'aide des données de votre échantillon, ce qu'aurait valu l'écart-type de l'estimateur de μ (la superficie moyenne des logements) si on avait tiré un échantillon de taille 30 stratifié selon le type de logement, avec allocation proportionnelle (Dans la population, 2 800 des 6 000 logements sont des maisons, les 3 200 autres étant des appartements)

$N_1 = 2\,800$; $N_2 = 3200$

L'allocation proportionnelle est $n_1 = \frac{2800}{6000} \times 30 = 14$; $n_2 = \frac{3200}{6000} = 16$

$$\hat{\sigma}^2_{\bar{y}_1} = \left(1 - \frac{14}{2800}\right)\frac{12\,657}{14} = 899{,}551 \quad ; \quad \hat{\sigma}^2_{\bar{y}_2} = \left(1 - \frac{16}{3200}\right)\frac{5278}{16} = 328{,}225$$

$$\hat{\sigma}^2_{\bar{y}_{st}} = \left(\frac{2800}{6000}\right)^2 (899{,}551) + \left(\frac{3200}{6000}\right)^2 (328{,}225) = 289{,}30$$

$\sigma_{\bar{y}_{st}}$ *est estimé à* $\sqrt{289{,}3} = 17$

Si on avait tiré un échantillon stratifié, l'écart-type de l'estimateur aurait été ... **17**

6 pts

2-i) Supposons qu'on décide de tirer dans cette même population un échantillon de taille 50, stratifié par type de logement, afin d'estimer μ (la superficie moyenne des logements). Comment répartir les 50 observations de façon à minimiser la variance de l'estimateur? (On suppose encore que dans la population, 2 800 des 6 000 logements sont des maisons, les 3 200 autres étant des appartements)

$N_1 s_1 = 2800\sqrt{12\,657} = 315\,003$; $n_2 S_2 = 3\,200\sqrt{5\,278} = 232\,480$

$N_1 s_1 + N_2 s_2 = 547\,489$

$n_1 = \frac{315\,009}{547\,489} \times 50 = 29$; $n_2 = \frac{232\,480}{547\,489} \times 50 = 21$

n_1 : **29** ; n_2 : **21**

10 pts

Problème 3

On fait une expérience afin de déterminer si une nouvelle lame de rasoir est meilleure que l'ancienne. **36** hommes y participent. On leur demande de se raser un côté du visage avec la vieille lame et l'autre avec la nouvelle, et de dire laquelle est meilleure. La vieille lame et la nouvelle ont une allure identique et les sujets ne peuvent pas les distinguer visuellement. Supposons que **30** des **36** hommes trouvent la nouvelle lame meilleure. Peut-on conclure qu'il y a vraiment une différence entre les deux types de lames? Présentez votre argument clairement : énoncez votre hypothèse, exprimez votre conclusion dans les termes du contexte.

Posons comme hypothèse nulle que les deux types de lames sont identiques. Sous cette hypothèse, on s'attend à ce que 18 *des* 36 *sujets choisissent la nouvelle lame. Nous avons donc les effectifs observés et les effectifs théoriques suivants :*

	Lame préférée		
	La nouvelle	*L'ancienne*	
Effectifs observés	30	6	36
Effectifs théoriques	18	18	36

La valeur de χ^2 *est :*

$$\chi^2 = \frac{(30-18)^2}{18} + \frac{(6-18)^2}{18} = 16$$

Le point critique à 1 degré de liberté est 3,84. Puisque $\chi^2 = 16 > 3{,}84$, *on rejette l'hypothèse nulle et on conclut qu'il y a une différence entre les deux lames et que la nouvelle lame est préférée.*

10 pts

Problème 4

Dans un pays il y a 6000 compagnies qui possèdent des magasins de vente au détail. On tire un échantillon de 100 compagnies. Dans chacun des cas, identifiez formellement le paramètre qu'il s'agit d'estimer. Faites votre choix dans la liste suivante:

A. μ_y : la moyenne d'une variable quantitative Y [Identifier la variable Y]

B. τ_y : le total d'une variable quantitative Y [Identifier la variable Y]

C. μ_d : la moyenne d'une variable Y dans un domaine $\mathfrak{D}$. [Identifiez le domaine $\mathfrak{D}$ et la variable Y]

D. τ_d : le total d'une variable quantitative Y dans un domaine $\mathfrak{D}$ (sous-ensemble de la population). [Identifiez le domaine $\mathfrak{D}$ et la variable Y]

E. p : la proportion d'unités appartenant à une classe $\mathfrak{C}$. [Identifiez la classe $\mathfrak{C}$]

F. N_c : le nombre d'unités appartenant à une classe $\mathfrak{C}$. [Identifiez la classe $\mathfrak{C}$]

G. $R = \mu_Y/\mu_X$: le quotient des moyennes de deux variables quantitatives Y et X . [Identifiez Y et X]

Modèle de réponse

0. Les recettes moyennes des compagnies familiales

Y: recettes de la compagnie *Domaine : l'ensemble des compagnies familiales*	*C*

1. Les recettes moyennes par compagnie

Y: Recettes de la compagnie	*A*

2. Les recettes moyennes par magasin

Y = Recettes de la compagnie *X = Nombre de magasins*	*G*

3. Le nombre de magasins dans des régions rurales

Y = Nombre de magasins dans des régions rurales	*B*

4. Les recettes moyennes des compagnies publiques (ayant des actions à la bourse)

Y = Recettes de la compagnie *D = L'ensemble des compagnies publiques*	*C*

5. Le nombre de compagnies publiques

C = La classe des compagnies publiques	*F*

6. La proportion de compagnies publiques

C = La classe des compagnies publiques	*E*

7. Les recettes totales des compagnies publiques

Y = Recettes de la compagnie *D = L'ensemble des compagnies publiques*	*D*

8. Le nombre total de magasins appartenant à des compagnies publiques

Y = Nombre de magasins possédés par la compagnie *D = L'ensemble des compagnies publiques*	*D*

9. Le nombre moyen d'employés par magasin

Y = Nombre d'employés dans la compagnie *X = Nombre de magasins possédés par la compagnie*	*G*

10. Le salaire moyen des employés de la population

Y = La masse salariale de la compagnie *X = Le nombre d'employés dans la compagnie*	*G*

12 pts

Problème 5

Afin de déterminer si un certain vaccin est efficace contre la grippe on répartit un certain nombre de sujets en deux groupes, le groupe expérimental et le groupe témoin. En automne, le groupe expérimental reçoit le vaccin alors que le groupe témoin ne reçoit que le placebo. À la fin de l'hiver on compte le nombre de personnes qui ont eu la grippe dans chaque groupe.

a) Pour chacun des énoncés suivants, dites s'il est acceptable comme hypothèse nulle:

		Acceptable?
(i)	Le vaccin est-il efficace?	*oui*: ☐ *non*: X
(ii)	Le vaccin n'a pas d'effet	*oui*: X *non*: ☐
(iii)	Le vaccin est efficace	*oui*: ☐ *non*: X
(iv)	La probabilité d'avoir la grippe est la même pour les deux groupes	*oui*: X *non*: ☐
(v)	Le groupe témoin a une forte probabilité d'avoir la grippe	*oui*: ☐ *non*: X
(vi)	On ne peut pas formuler l'hypothèse nulle puisqu'on n'a pas les données	*oui*: ☐ *non*: X

b) Vrai ou faux? Si la valeur de khi-deux est supérieure au point critique, on conclut que…

(i)	la différence (dans la fréquence des grippes) entre le groupe témoin et le groupe expérimental est due entièrement au hasard	*vrai*: ☐ *faux*: X
(ii)	le vaccin est inutile	*vrai*: ☐ *faux*: X
(iii)	la différence entre les deux groupes est trop importante pour être attribuée au hasard	*vrai*: X *faux*: ☐
(iv)	la probabilité d'avoir la grippe est la même pour les deux groupes	*vrai*: ☐ *faux*: X
(v)	on conclut que le groupe témoin a une forte probabilité d'avoir la grippe	*vrai*: ☐ *faux*: X
(vi)	on ne peut rien conclure	*vrai*: ☐ *faux*: X

10 pts

Problème 6

Répondre par *vrai* (V) ou *faux* (F)	*Réponse (V ou F)*
1) L'estimateur par le quotient peut être beaucoup plus efficace que l'estimateur par la moyenne si la corrélation entre la variable d'intérêt (Y) et la variable auxiliaire (X) est forte	*V*
2) Dans un échantillon stratifié, l'allocation proportionnelle est parfois moins efficace que l'allocation optimale	*F*
3) Pour estimer une moyenne, un échantillon de **50** familles ayant en tout **250** personnes est généralement plus précis qu'un échantillon de **250** personnes tirées au hasard dans la population.	*F*
4) Un estimateur est dit *sans biais* si son écart-type est petit	*F*
5) La moyenne ordinaire d'un échantillon est toujours un estimateur sans biais de la moyenne de la population, quel que soit le mode d'échantillonnage employé	*F*
6) L'estimateur de la moyenne par le quotient est sans biais	*F*
7) Dire que $\hat{\mu}_{yd}$, l'estimateur de μ par la différence, est meilleur que $\bar{y}$, c'est dire que $\hat{\mu}_{yd} < \bar{y}$	*F*
8) L'échantillonnage par strates est toujours plus précis que l'échantillonnage aléatoire simple	*F*
9) Un estimateur est dit sans biais s'il est égal au paramètre	*F*
10) Dans l'échantillonnage systématique, l'estimateur de la moyenne n'a pas de variance	*F*

Annexe

(*Données relatives au problème* 2)

Taille de la population : $N = 6\,000$ logements, dont 2 800 sont des maisons et 3 200 des appartements

Taille de l'échantillon : $n = 30$, dont 10 sont des maisons et 20 des appartements.

	Nombre de personnes	*Superficie du logement*	*Type de logement*
	5	2246	maison unifamiliale
	4	2046	maison unifamiliale
	4	2086	maison unifamiliale
	3	1922	maison unifamiliale
	5	2275	maison unifamiliale
	4	2074	maison unifamiliale
	5	2248	maison unifamiliale
	4	2034	maison unifamiliale
	4	2065	maison unifamiliale
	4	2104	maison unifamiliale
	2	1251	appartement
	2	1165	appartement
	1	1185	appartement
	3	1132	appartement
	2	1292	appartement
	1	1188	appartement
	2	1317	appartement
	2	1232	appartement
	3	1185	appartement
	2	1200	appartement
	4	1367	appartement
	1	1164	appartement
	3	1170	appartement
	3	1054	appartement
	4	1248	appartement
	1	1177	appartement
	2	1283	appartement
	4	1143	appartement
	4	1265	appartement
	3	1166	appartement
Somme	91	45284	
Variances corrigées s^2	1,550575	193924	
Covariance entre lenombre de personnes et la superficie	389,3977		

Calculs par type de maison

	Maisons		***Appartements***	
	Nombre de personnes	*Superficie*	*Nombre de personnes*	*Superficie*
Somme	42	21 100	49	24 184
Variances corrigées s^2	0,4	12 657	1,102 632	5 278
Covariance entre le nombre de personnes et la superficie	69,667		8,221 053	

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01	0,00
-4,00	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,90	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
-3,80	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,70	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001
-3,60	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0001	0,0002	0,0002
-3,50	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002	0,0002
-3,40	0,0002	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003	0,0003
-3,30	0,0003	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0004	0,0005	0,0005	0,0005
-3,20	0,0005	0,0005	0,0005	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0006	0,0007	0,0007
-3,10	0,0007	0,0007	0,0008	0,0008	0,0008	0,0008	0,0009	0,0009	0,0009	0,0010
-3,00	0,0010	0,0010	0,0011	0,0011	0,0011	0,0012	0,0012	0,0013	0,0013	0,0013
-2,90	0,0014	0,0014	0,0015	0,0015	0,0016	0,0016	0,0017	0,0018	0,0018	0,0019
-2,80	0,0019	0,0020	0,0021	0,0021	0,0022	0,0023	0,0023	0,0024	0,0025	0,0026
-2,70	0,0026	0,0027	0,0028	0,0029	0,0030	0,0031	0,0032	0,0033	0,0034	0,0035
-2,60	0,0036	0,0037	0,0038	0,0039	0,0040	0,0041	0,0043	0,0044	0,0045	0,0047
-2,50	0,0048	0,0049	0,0051	0,0052	0,0054	0,0055	0,0057	0,0059	0,0060	0,0062
-2,40	0,0064	0,0066	0,0068	0,0069	0,0071	0,0073	0,0075	0,0078	0,0080	0,0082
-2,30	0,0084	0,0087	0,0089	0,0091	0,0094	0,0096	0,0099	0,0102	0,0104	0,0107
-2,20	0,0110	0,0113	0,0116	0,0119	0,0122	0,0125	0,0129	0,0132	0,0136	0,0139
-2,10	0,0143	0,0146	0,0150	0,0154	0,0158	0,0162	0,0166	0,0170	0,0174	0,0179
-2,00	0,0183	0,0188	0,0192	0,0197	0,0202	0,0207	0,0212	0,0217	0,0222	0,0228
-1,90	0,0233	0,0239	0,0244	0,0250	0,0256	0,0262	0,0268	0,0274	0,0281	0,0287
-1,80	0,0294	0,0301	0,0307	0,0314	0,0322	0,0329	0,0336	0,0344	0,0351	0,0359
-1,70	0,0367	0,0375	0,0384	0,0392	0,0401	0,0409	0,0418	0,0427	0,0436	0,0446
-1,60	0,0455	0,0465	0,0475	0,0485	0,0495	0,0505	0,0516	0,0526	0,0537	0,0548
-1,50	0,0559	0,0571	0,0582	0,0594	0,0606	0,0618	0,0630	0,0643	0,0655	0,0668
-1,40	0,0681	0,0694	0,0708	0,0721	0,0735	0,0749	0,0764	0,0778	0,0793	0,0808
-1,30	0,0823	0,0838	0,0853	0,0869	0,0885	0,0901	0,0918	0,0934	0,0951	0,0968
-1,20	0,0985	0,1003	0,1020	0,1038	0,1056	0,1075	0,1093	0,1112	0,1131	0,1151
-1,10	0,1170	0,1190	0,1210	0,1230	0,1251	0,1271	0,1292	0,1314	0,1335	0,1357
-1,00	0,1379	0,1401	0,1423	0,1446	0,1469	0,1492	0,1515	0,1539	0,1562	0,1587
-0,90	0,1611	0,1635	0,1660	0,1685	0,1711	0,1736	0,1762	0,1788	0,1814	0,1841
-0,80	0,1867	0,1894	0,1922	0,1949	0,1977	0,2005	0,2033	0,2061	0,2090	0,2119
-0,70	0,2148	0,2177	0,2206	0,2236	0,2266	0,2296	0,2327	0,2358	0,2389	0,2420
-0,60	0,2451	0,2483	0,2514	0,2546	0,2578	0,2611	0,2643	0,2676	0,2709	0,2743
-0,50	0,2776	0,2810	0,2843	0,2877	0,2912	0,2946	0,2981	0,3015	0,3050	0,3085
-0,40	0,3121	0,3156	0,3192	0,3228	0,3264	0,3300	0,3336	0,3372	0,3409	0,3446
-0,30	0,3483	0,3520	0,3557	0,3594	0,3632	0,3669	0,3707	0,3745	0,3783	0,3821
-0,20	0,3859	0,3897	0,3936	0,3974	0,4013	0,4052	0,4090	0,4129	0,4168	0,4207
-0,10	0,4247	0,4286	0,4325	0,4364	0,4404	0,4443	0,4483	0,4522	0,4562	0,4602
0,00	0,4641	0,4681	0,4721	0,4761	0,4801	0,4840	0,4880	0,4920	0,4960	0,5000

Table de la loi normale

Surfaces à gauche du point z

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,5000	0,5040	0,5080	0,5120	0,5160	0,5199	0,5239	0,5279	0,5319	0,5359
0,10	0,5398	0,5438	0,5478	0,5517	0,5557	0,5596	0,5636	0,5675	0,5714	0,5753
0,20	0,5793	0,5832	0,5871	0,5910	0,5948	0,5987	0,6026	0,6064	0,6103	0,6141
0,30	0,6179	0,6217	0,6255	0,6293	0,6331	0,6368	0,6406	0,6443	0,6480	0,6517
0,40	0,6554	0,6591	0,6628	0,6664	0,6700	0,6736	0,6772	0,6808	0,6844	0,6879
0,50	0,6915	0,6950	0,6985	0,7019	0,7054	0,7088	0,7123	0,7157	0,7190	0,7224
0,60	0,7257	0,7291	0,7324	0,7357	0,7389	0,7422	0,7454	0,7486	0,7517	0,7549
0,70	0,7580	0,7611	0,7642	0,7673	0,7704	0,7734	0,7764	0,7794	0,7823	0,7852
0,80	0,7881	0,7910	0,7939	0,7967	0,7995	0,8023	0,8051	0,8078	0,8106	0,8133
0,90	0,8159	0,8186	0,8212	0,8238	0,8264	0,8289	0,8315	0,8340	0,8365	0,8389
1,00	0,8413	0,8438	0,8461	0,8485	0,8508	0,8531	0,8554	0,8577	0,8599	0,8621
1,10	0,8643	0,8665	0,8686	0,8708	0,8729	0,8749	0,8770	0,8790	0,8810	0,8830
1,20	0,8849	0,8869	0,8888	0,8907	0,8925	0,8944	0,8962	0,8980	0,8997	0,9015
1,30	0,9032	0,9049	0,9066	0,9082	0,9099	0,9115	0,9131	0,9147	0,9162	0,9177
1,40	0,9192	0,9207	0,9222	0,9236	0,9251	0,9265	0,9279	0,9292	0,9306	0,9319
1,50	0,9332	0,9345	0,9357	0,9370	0,9382	0,9394	0,9406	0,9418	0,9429	0,9441
1,60	0,9452	0,9463	0,9474	0,9484	0,9495	0,9505	0,9515	0,9525	0,9535	0,9545
1,70	0,9554	0,9564	0,9573	0,9582	0,9591	0,9599	0,9608	0,9616	0,9625	0,9633
1,80	0,9641	0,9649	0,9656	0,9664	0,9671	0,9678	0,9686	0,9693	0,9699	0,9706
1,90	0,9713	0,9719	0,9726	0,9732	0,9738	0,9744	0,9750	0,9756	0,9761	0,9767
2,00	0,9772	0,9778	0,9783	0,9788	0,9793	0,9798	0,9803	0,9808	0,9812	0,9817
2,10	0,9821	0,9826	0,9830	0,9834	0,9838	0,9842	0,9846	0,9850	0,9854	0,9857
2,20	0,9861	0,9864	0,9868	0,9871	0,9875	0,9878	0,9881	0,9884	0,9887	0,9890
2,30	0,9893	0,9896	0,9898	0,9901	0,9904	0,9906	0,9909	0,9911	0,9913	0,9916
2,40	0,9918	0,9920	0,9922	0,9925	0,9927	0,9929	0,9931	0,9932	0,9934	0,9936
2,50	0,9938	0,9940	0,9941	0,9943	0,9945	0,9946	0,9948	0,9949	0,9951	0,9952
2,60	0,9953	0,9955	0,9956	0,9957	0,9959	0,9960	0,9961	0,9962	0,9963	0,9964
2,70	0,9965	0,9966	0,9967	0,9968	0,9969	0,9970	0,9971	0,9972	0,9973	0,9974
2,80	0,9974	0,9975	0,9976	0,9977	0,9977	0,9978	0,9979	0,9979	0,9980	0,9981
2,90	0,9981	0,9982	0,9982	0,9983	0,9984	0,9984	0,9985	0,9985	0,9986	0,9986
3,00	0,9987	0,9987	0,9987	0,9988	0,9988	0,9989	0,9989	0,9989	0,9990	0,9990
3,10	0,9990	0,9991	0,9991	0,9991	0,9992	0,9992	0,9992	0,9992	0,9993	0,9993
3,20	0,9993	0,9993	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9994	0,9995	0,9995	0,9995
3,30	0,9995	0,9995	0,9995	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9996	0,9997
3,40	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9997	0,9998
3,50	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998	0,9998
3,60	0,9998	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,70	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,80	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999
3,90	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
4,00	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000

Formulaire MAT2080 Examen final

<u>Résumé des paramètres, leur estimateur, l'écart-type, et l'estimateur de l'écart-type.</u>

Paramètre	*Estimateur*	*Écart-type de l'estimateur*	*Estimateur de l'écart-type de l'estimateur*
Moyenne μ	$\bar{y}$	$\sigma_{\bar{y}} = \sqrt{1-f}\ \frac{S}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\bar{y}} = \sqrt{1-f}\ \frac{s}{\sqrt{n}}$
Proportion p	$\hat{p} = \frac{X}{n}$	$\sigma_{\hat{p}} = \sqrt{\frac{N-n}{N-1}}\sqrt{\frac{p(1-p)}{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{p}} = \sqrt{1-f}\sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n-1}}$
Un quotient R $= \frac{\mu_y}{\mu_x}$	$\hat{R} = \frac{\bar{y}}{\bar{x}}$	$\sigma_{\hat{R}} \approx \frac{\sqrt{1-f}}{\mu_x}\frac{\sqrt{S_y^2+R^2S_x^2-2RS_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{R}} = \frac{\sqrt{1-f}}{\bar{x}}\frac{\sqrt{s_y^2+\hat{R}^2s_x^2-2\hat{R}s_{xy}}}{\sqrt{n}}$
Moyenne μ Estimation par la différence	$\hat{\mu}_{yd} = \mu_x + (\bar{y}-\bar{x})$	$\sigma_{\hat{\mu}_{yd}} = \sqrt{1-f}\frac{\sqrt{S_y^2+S_x^2-2S_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\hat{\sigma}_{\hat{\mu}_{yd}} = \sqrt{1-f}\frac{\sqrt{s_y^2+s_x^2-2s_{xy}}}{\sqrt{n}}$
Moyenne μ Estimation par le quotient	$\hat{\mu}_{yq} = \mu_x\hat{R}$	$\sqrt{1-f}\frac{\sqrt{S_y^2+R^2S_x^2-2RS_{xy}}}{\sqrt{n}}$	$\sqrt{1-f}\frac{\sqrt{s_y^2+\hat{R}^2s_x^2-2\hat{R}s_{xy}}}{\sqrt{n}}$
Moyenne μ_d *d'un domaine* $\mathfrak{D}$	$\bar{y}_d$: *Moyenne du domaine dans l'échantillon*		$\sqrt{1-\frac{n_d}{N_d}}\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}$ *ou* $\sqrt{1-\frac{n}{N}}\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}$ *selon que* N_d *est connu ou pas*
Total $\tau_d = N_d\mu_d$ *d'un domaine* (N_d *connu*)	$T_d = N_d\bar{y}_d$		$N_d\sqrt{1-\frac{n_d}{N_d}}\frac{s_d}{\sqrt{n_d}}$
Total $\tau_d = N_d\mu_d$ *d'un domaine* (N_d *inconnu*)	$\hat{T}_d = \hat{N}_d\ \bar{y}_d = N\bar{y}'$ *où* $\hat{N}_d = \frac{n_d}{n}N$		$N\sqrt{1-f}\ \frac{s'}{\sqrt{n}}$

$$f = \frac{n}{N}$$

<u>Taille d'échantillon</u>

Estimation de la moyenne La taille d'échantillon nécessaire pour que la marge d'erreur absolue soit égale à E est $n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}}$ où $n_o = \left(\frac{2S}{E}\right)^2$.

La taille d'échantillon nécessaire pour que la marge d'erreur relative soit égale à R est $n = \frac{n_o}{1+\frac{n_o}{N}}$

où $n_o = \left(\frac{2S}{R\mu}\right)^2$.

Estimation d'une proportion p Pour estimer une proportion p de telle sorte que la marge d'erreur absolue soit égale à E, la taille approximative de l'échantillon qu'il faut tirer est donnée par $n = \dfrac{n_o}{1+\dfrac{n_o}{N}}$ où $n_o = \dfrac{4p(1-p)}{E^2}$.

Échantillonnage par strates

L'estimateur de la moyenne dans un échantillon stratifié est $\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^{L} W_h \bar{y}_h$; son écart type est $\sigma_{\bar{y}_{st}} = \sqrt{\sum_{h=1}^{L} W_h^2 \sigma_{\bar{y}_h}^2}$ où $\sigma_{\bar{y}_h}^2 = (1-f_h)\dfrac{S_h^2}{n_h}$ et $f_h = n_h/N_h$.

L'allocation optimale pour l'estimation d'une moyenne dans u échantillon stratifié est donnée par n_h proportionnels aux $W_h S_h$.

Test du khi-deux

$$\boxed{\chi^2 = \sum \frac{(O_i - T_i)^2}{T_i},}$$

Régression simple

Les estimateurs de β_1 et β_0 sont $b_1 = \dfrac{s_{xy}}{s_x^2}$ et $b_0 = \bar{y} - b_1 \bar{x}$; $r = \dfrac{s_{xy}}{s_x s_y}$; $Z = \dfrac{\sqrt{n-2}\, r}{\sqrt{1-r^2}}$

Points crtiques (α = 5 %) d'une loi khi-deux

ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν	ν	χ^2_ν
1	3,8415	6	12,5916	11	19,6751	16	26,2962
2	5,9915	7	14,0671	12	21,026	17	27,5871
3	7,8147	8	15,5073	13	22,362	18	28,8693
4	9,4877	9	16,919	14	23,6848	19	30,1435
5	11,0705	10	18,307	15	24,9958	20	31,4104

Brouillon